***Az Arany János programban részt vevő iskolák matematika versenye***

***13. évfolyam***

**2014**

1. Egy két hétig tartó matematika táborban 25 tanuló vett részt. Minden nap 8 tanuló asztaliteniszezett, körmérkőzéses rendszerben ( mindenki játszott mindenkivel egy mérkőzést). Bizonyítsa be, hogy voltak olyanok, akik legalább kétszer is megmérkőztek egymással a tábor ideje alatt!
2. Adott 13 általános helyzetű pont az egységnyi élű szabályos tetraéder belsejében vagy a felszínén. Bizonyítsa be, hogy van közöttük négy olyan pont, amelyek által meghatározott tetraéder térfogata legfeljebb $\frac{\sqrt{2}}{48}$ !
3. Bizonyítsa be, hogy ha ( *an* ) mértani sorozat, akkor $a\_{1}+a\_{2 }; a\_{1}+2a\_{2}+a\_{3 } $és $a\_{1}+3a\_{2}+3a\_{3 }+a\_{4}$ egy mértani sorozat három egymást követő tagja!
4. Oldja meg az egész számok halmazán az $1+\frac{1}{x-2015}+\frac{1}{y-2015}= \frac{2014}{\left(x-2015\right)\left(y-2015\right)}$ egyenletet!
5. Egy háromszög kerülete 12 m, oldalainak négyzetösszege 48 m2. Számítsa ki a háromszög területét!
6. Oldja meg a valós számok halmazán a $4^{sin^{2}x}+ 5 ∙4^{cos^{2}x}=12$ egyenletet!
7. Bizonyítsa be, hogy ha az *a,b,c* valós számokra fennáll az $a+2b+3c\geq 14$ egyenlőtlenség, akkor érvényes az $a^{2}+b^{2}+c^{2}\geq 14$ egyenlőtlenség is. Mikor áll fenn az egyenlőség?

*A feladatok megoldása rendre 6 – 6 – 7 – 7 – 8 – 8 – 8 pontot ér. További megoldások illetve általánosítások csak az esetleges holtverseny esetén számítanak.*

***Jó munkát, eredményes versenyzést!***